

Chapitre IV

Convection naturelle

IV.1 : Introduction :

La convection naturelle est la forme d'échange convectif la plus couramment observée. Au contact d'un corps chaud, la température de l'air augmente, donc sa masse volumique décroît. L'air ambiant, de masse volumique plus élevée, exerce une poussée d'Archimède vers le haut, et la masse d'air chaude s'élève en enlevant de la chaleur au corps. Elle est remplacée par une masse d'air froid qui, au contact du corps s'échauffe, et ainsi de suite.

Ces échanges jouent un grand rôle en pratique. On citera en particulier:

- le chauffage domestique
- le calcul des pertes par les parois dans les installations industrielles

Comme les vitesses en convection naturelle demeurent faibles, les échanges sont nettement moins intenses qu'en convection forcée. Il en résulte qu'échanges en convection naturelle et échanges par rayonnement sont souvent du même ordre de grandeur.

Exemple :

Le chauffage d'une pièce par convecteur électrique se fait par une élévation d'air chaud, le long des murs, tandis que de l'air plus frais est aspiré vers le convecteur pour prendre la place de l'air chaud qui l'a quitté.

IV.2 Couche limite de convection naturelle

Considérons une plaque plane verticale chaude, de température de paroi T_p , au contact d'un fluide froid dont la température au loin est T_∞ .

Au voisinage de la plaque, existe une zone perturbée appelée couche limite de convection naturelle.

L'épaisseur de cette couche limite et la densité du flux thermique varient avec la cote y .

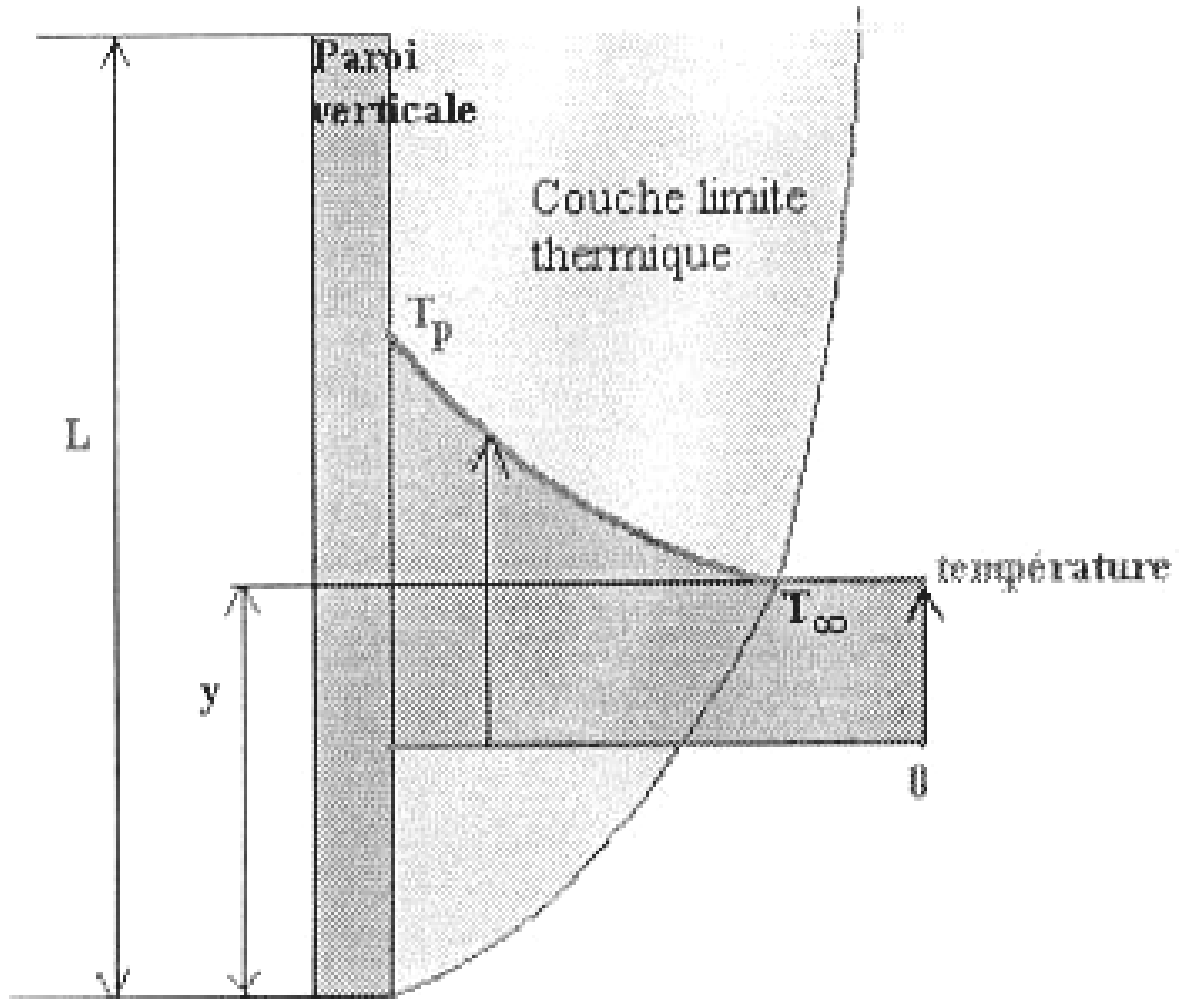


Figure (IV-B) : Couche limite de convection naturelle

On définit un coefficient moyen de convection naturelle h permettant d'exprimer le flux de chaleur échangé sur toute la surface S de la plaque sous la forme:

$$\Phi = hS(T_p - T_\infty) \quad .(IV.1)$$

IV.3 : Résultats de l'analyse dimensionnelle

Des considérations d'analyse dimensionnelle semblables à celles exposées amènent à définir un nouveau groupement adimensionnel appelé Nombre de Grashof:

$$Gr = \frac{\beta g \Delta T \rho^2 L^3}{\mu^2} \quad .(IV.2)$$

expression dans laquelle:

- L est une dimension linéaire permettant de calculer la surface d'échange, par exemple la hauteur de la plaque dans l'exemple précédent.
- ΔT est la différence de température entre la paroi chauffante et le fluide.
- β est le coefficient de dilatation volumique du fluide à pression constante:

Par définition, si l'unité de masse d'un corps occupe à la température T le volume v , son coefficient de dilatation volumique β a pour expression:

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{p=cte} \quad .(IV.3)$$

Dans le cas d'un gaz parfait, l'équation d'état de ce gaz s'écrira pour une masse unité $m=1$:

$$Pv = R T$$

d'où en différentiant à pression p constante:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{p=cte} = \frac{1}{p} R$$

ce qui permet d'obtenir immédiatement l'expression du coefficient β que à pression constante, dans le cas d'un gaz, considéré comme parfait:

$$\beta = \frac{1}{PV} R = \frac{1}{T} \quad (IV.4)$$

Dans l'expression (IV.03), on prendra bien garde que la température T du gaz est sa température absolue, en Kelvin.

Pour les liquides, on ne pourra bien entendu plus utiliser de relation du type de l'équation (IV.03) ci-dessus.

Dans le cas de l'eau, β est donné dans la table ci-dessous:

Tableau (IV.A₁) : dilatation volumique de l'eau

$T \text{ en } ^\circ\text{C}$	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$10^3 \cdot \beta$	0,08	0,20	0,30	0,38	0,45	0,53	0,58	0,64	0,67

IV.4 : Interprétation physique du Nombre de Grashof

Le fluide au contact de la paroi chaude de température T_p se trouve lui à une température T_∞ . Sa masse volumique à cette température est :

$$\rho_{\infty} = \frac{1}{V_{\infty}} \quad .(IV.5)$$

V_{∞} désignant le volume occupé à cette température par une unité de masse.

A cette température T , le volume V_{∞} contient un poids g de fluide.

Lorsque la masse unité de fluide occupant ce volume V_{∞} , s'échauffe au contact de la paroi et prend la température T_p , sa masse volumique devient:

$$\rho = \rho_{\infty} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P dT \quad (IV.6)$$

Comme on peut écrire:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P = \left(\frac{\partial \rho}{\partial V_{\infty}} \right)_P \cdot \left(\frac{\partial V_{\infty}}{\partial T} \right)_P = \left(\frac{-1}{V_{\infty}^2} \right) (\beta V_{\infty}) = -\frac{\beta}{V_{\infty}} = -\beta \rho_{\infty}$$

La relation (IV-06) s'écrit donc:

$$\rho = \rho_{\infty} (1 - \beta dT)$$

Le volume V_{∞} , considéré ci-dessus contient maintenant un fluide moins dense, dont le poids est devenu:

$$\rho g V_{\infty} = \rho_{\infty} g (1 - \beta dT) V_{\infty} = g - \beta g dT$$

ce qui veut dire que le fluide considéré subit une poussée vers le haut d'intensité

$$\beta g \Delta T$$

Le Nombre de Grashof défini par la relation (IV-02) peut se présenter sous la forme du rapport suivant:

$$G_r = \frac{\beta g \Delta T}{\left(\frac{\mu}{\rho} \right)^2 \frac{1}{L^3}} \quad . (IV.2)$$

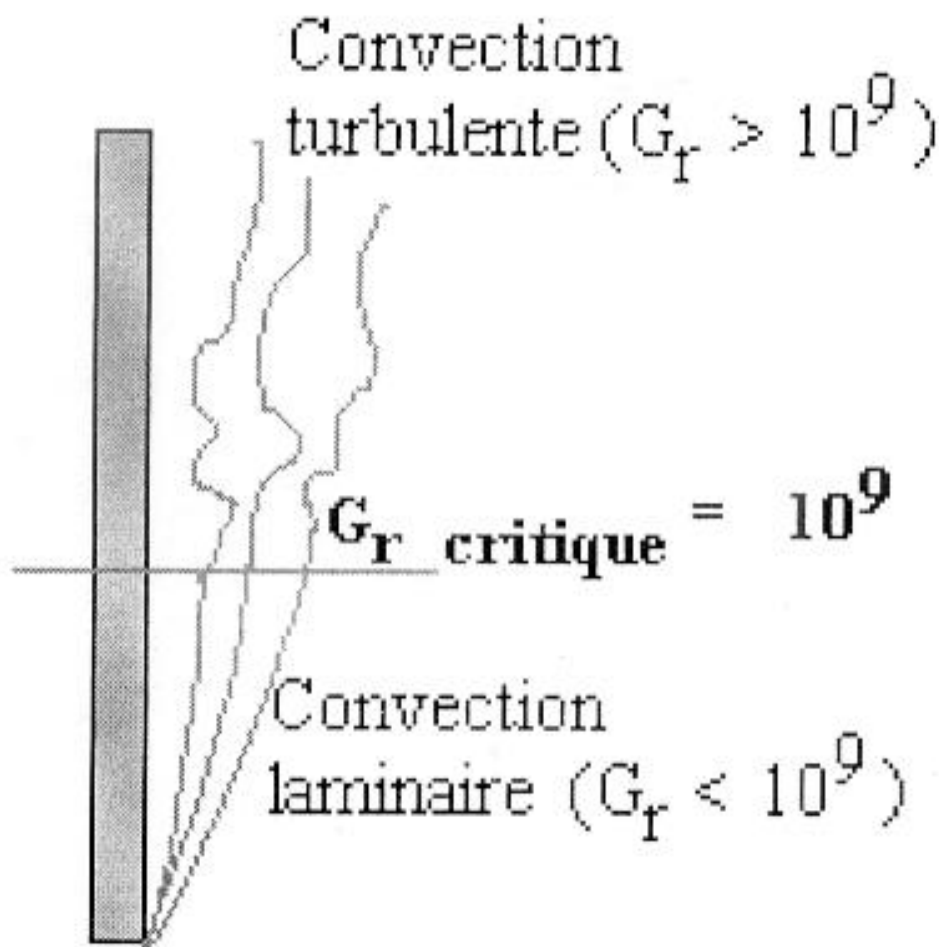
On reconnaît au numérateur la poussée d'Archimède subie par unité de masse, dont la dimension est LT^2 , et au dénominateur une force de viscosité par unité de masse également.

Le Nombre de Grashof est donc le rapport des forces de pesanteur qui agissent pour mettre en mouvement le fluide, aux forces de viscosité qui tendent à amortir ce mouvement.

Plus Gr est grand, plus la convection naturelle sera intense.

IV .5 Convection naturelle turbulente

Si on reprend l'exemple du § 2, on constate que plus la hauteur de la plaque augmente, plus le Nombre de Grashof augmente également. On doit donc observer une augmentation de l'intensité du mouvement de convection naturelle lorsqu'on s'élève vers le haut de la plaque.



Figure(IV-C) :Corrélation expérimentales

L'expérience montre que l'écoulement en convection naturelle est d'abord laminaire, puis devient turbulent dans la partie supérieure, la transition ayant lieu à une cote correspondant à un Nombre de Grashof de l'ordre de 10^9 .

L'écoulement de convection naturelle créé par une cigarette illustre très bien ce phénomène.

IV.6 Corrélations expérimentales

Les relations rendant compte des études expérimentales de transfert thermique en convection naturelle sont généralement de la forme:

$$N_U = C(G_r \cdot P_r)^n \quad (\text{IV.7})$$

Les grandeurs physiques intervenant dans les Nombres de Grashof et de Prandtl doivent être calculées pour la température moyenne $\frac{T_p + T_\infty}{2}$

L'exposant n prendra les valeurs suivantes:

- n = 1/4 lorsque la convection est laminaire;
- n = 1/3 lorsque la convection est turbulente.

La valeur du coefficient C dépend du régime de convection ainsi que de la géométrie et de l'inclinaison de la paroi. Cette valeur est donnée dans le tableau suivant:

Tableau (VI.A₂) : Coefficient « C »

<i>Géométrie et orientation de la paroi</i>	<i>Dimension caractéristique L</i>	<i>C en convection laminaire</i>	<i>C en convection turbulente</i>
<i>Plaque verticale</i>	Hauteur	0,59 ($10^4 < G_r \cdot P_r < 10^9$)	0,13 ($10^9 < G_r \cdot P_r < 10^{13}$)
<i>Cylindre horizontal</i>	Diamètre extérieur	0,53 ($10^3 < G_r \cdot P_r < 10^9$)	0,10 ($10^9 < G_r \cdot P_r < 10^{13}$)
<i>Plaque horizontale chauffant vers le haut</i>	Largeur	0,54 ($10^5 < G_r \cdot P_r < 2 \cdot 10^7$)	0,14 ($2 \cdot 10^7 < G_r \cdot P_r < 3 \cdot 10^{10}$)
<i>Plaque horizontale chauffant vers le bas</i>	Largeur	0,27 ($3 \cdot 10^5 < G_r \cdot P_r < 3 \cdot 10^{10}$)	0,07 ($3 \cdot 10^{10} < G_r \cdot P_r < 10^{13}$)

Remarque : $R_a = G_r \cdot P_r \Rightarrow$ il s'appelle le nombre de RAYLIGH

IV.7 : Application pratique

Le mur d'un bâtiment a 6 m de haut et 10 m de long. Sous l'échauffement dû au soleil, sa température extérieure atteint 40°C. La température ambiante extérieure étant de 20°C, calculer la puissance thermique échangée par convection entre le mur et l'extérieur.

On donne les propriétés physiques suivantes de l'air, à la température de 30°C:

Masse volumique ρ :	1,149 kg/m ³
Conductivité thermique λ :	0,0258 W/(m.K)
Viscosité dynamique μ :	18,4.10 ⁻⁶ Pa.s
Capacité thermique massique C_p :	1006 J/(kg.K)

On a vu qu'un tel échange pouvait se calculer par une corrélation expérimentale du type décrit par l'équation (IV-07):

$$N_U = C.(G_r.P_r)^n \quad (IV.7)$$

Il faut commencer par calculer les Nombres de Grashof et de Prandtl.

Le Nombre de Grashof est donné par la relation:

$$G_r = \frac{\beta g \Delta T \rho^2 L^3}{\mu^2} \quad (IV.2)$$

Avec:

$$\beta = 1/T = 1/(30 + 273) = 0,0033 \text{ K}^{-1}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta T = 20^\circ\text{C}$$

$$\rho = 1,149 \text{ kg/m}^3$$

$$L = 6 \text{ m}$$

$$\mu = 18,4.10^{-6} \text{ Pa.s}$$

On obtient donc:
$$G_r = \frac{0,0033.9,81.20.(1,149)^2.6^3}{(18,4.10^{-6})^2} = 5,45.10^{11}$$

Le Nombre de Prandtl est donné par la relation:

$$P_r = \frac{\mu/\rho}{\lambda/\rho C} = \frac{\mu C}{\lambda}$$

Soit:

$$P_r = \frac{18,6 \cdot 10^{-6} \cdot 1006}{0,0258} = 0,725$$

On peut alors calculer le produit $G_r.P_r$, qui est utilisé comme critère de transition entre le régime de convection naturelle laminaire et celui de convection naturelle turbulente, la valeur critique étant de 10^9 . Ce produit $G_r.P_r$ est appelé le Nombre de Rayleigh R_a :

$$R_a = G_r.P_r = 5,45 \cdot 10^{11} \cdot 0,725 = 3,95 \cdot 10^{11}$$

On est donc nettement en régime de convection naturelle turbulente, et on devra donc donner aux coefficients C et n de la corrélation (07) les valeurs:

$$C=0,13 \text{ et } n=1/3$$

D'où la valeur du Nombre de Nusselt de cet écoulement de convection naturelle:

$$N_U = \frac{h L}{\lambda} = C(G_r.P_r)^n = 0,13(3,95 \cdot 10^{11})^{0,33} = 954$$

On en déduit alors le coefficient d'échange convectif h:

$$h = \frac{\lambda N_U}{L} = \frac{0,0258 \cdot 954}{6} = 4,10 \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K)}$$

D'où le flux de chaleur échangé sur toute la surface S:

$$\Phi = h S (T_p - T_\infty) \quad \text{.(IV-1)}$$

La puissance thermique échangée par convection entre le mur et l'extérieur a donc pour valeur:

$$\Phi = 4,10 \cdot 6 \cdot 10 \cdot (40 - 20) = 4922 \text{ W}$$

Remarque:

Le résultat du calcul précédent a fourni la valeur $h = 4,10 \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K)}$

Pour les gaz, les coefficients de transfert par convection naturelle h sont toujours de l'ordre de 1 à 10 W / (m².K) .

Dans le cas des liquides, h sera par contre toujours compris entre 10 et 1000W/(m².K)

Tableau(IV.A₃) : Les propriété du fluide

$T(^{\circ})$	$\lambda(w/m^{\circ}K)$	$\mu (10^{-3}Pas)$	$\rho(Kg/m^3)$	$C_p(J/Kg^{\circ}K)$
0	0,555	1,789	10^3	4220
5	//	1,515	//	//
10	//	1,306	//	//
20	0,598	1,005	998	4183
30	//	0,802	//	//
40	0,627	0,653	992	4178
50	//	0,550	988	//
60	0,651	0,470	983	4191
70	//	0,406	977,7	//
80	0,669	0,355	971,6	4199
90	//	0,315	965,2	//
100 liquides	0,682	0,282	958,1	4216
100 vapeurs	0,025	0,012	0,8 Kg/Nm ³	2000

Tableau (IV.A₄) : Nombre de Prandtl pour certain gaz

<i>Matière</i>	<i>Pr</i>	} à 20°C
Air	0,735	
Azote	//	
Co ₂	0,840	
He	0,694	
Méthane	0,781	
O ₂	0,735	
(H ₂ O) _{vap} à 150 °C	0,781	

Tableau (IV.A₅) : Données concernant l'eau et l'air

T°	$\lambda(w/m^{\circ}K)$	$\mu (Pas)$
-150	0,01549	$8,7 \cdot 10^{-6}$
-100	0,01633	$11,8 \cdot 10^{-6}$
-50	0,02052	$4,6 \cdot 10^{-6}$
-20	0,02256	-
0	0,02313	$17,19 \cdot 10^{-6}$
20	0,02512	-
40	0,02652	-
60	0,02791	-
100	0,03070	$21,3 \cdot 10^{-6}$
140	0,03198	-
200	0,03698	$25,12 \cdot 10^{-6}$
250	0,04010	$27,04 \cdot 10^{-6}$
300	0,04291	$28,66 \cdot 10^{-6}$
350	0,04571	-
400	0,04850	$32,45 \cdot 10^{-6}$
50	0,05396	$35,7 \cdot 10^{-6}$
1000	0,07618	$49,33 \cdot 10^{-6}$
1600	0,10118	$51,4 \cdot 10^{-6}$

Les variations de λ et μ avec la T° peuvent être approchées par la formule de sa SUTHERLAND qui est comme a la conductivité λ et la viscosité μ

On écrira pour l'air

$$\begin{cases} \lambda = \lambda_0 f(T) \\ \mu = \mu_0 f(T) \end{cases} / f(t) = \frac{1 + \frac{125}{273} \sqrt{\frac{T}{273}}}{1 + \frac{125}{T}}$$

Tableau (IV.A₆) : Valeur de coefficient h pour l'air

Sur le plan pratique la convection naturel de l'air sur une paroi etant générale laminaire, on donne ci-après le calcul de h appliqué a l'air par un différent de température $\Delta \theta$ pour la paroi et l'air.

<i>Géométrie et orientation de la paroi</i>	<i>h laminaire w/m²°C</i>	<i>Dimension caractéristique (m)</i>
Plaque vertical dont la hauteur est inférieure à 30 cm (ou cylindre vertical)	$h = 1,42 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta e} \right)^{0,25}$	De : diamètre extérieur de cylindre
Plaque vertical dont la hauteur est supérieure à 30 cm (ou cylindre vertical)	$h = 1,78 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta e} \right)^{0,25}$	De : diamètre extérieur de cylindre
Cylindre horizontal	$h = 1,32 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta e} \right)^{0,25}$	De : diamètre extérieur de cylindre
Plaque horizontale chauffant vers le haut	$h = 1,32 \left(\frac{\Delta\theta}{L} \right)^{0,25}$	L : largeur de la plaque
Plaque horizontale chauffant vers le bas.	$h = 1,66 \left(\frac{\Delta\theta}{L} \right)^{0,25}$	L : largeur de la plaque
sphère	$h = \left(1,41 + \frac{0,17}{D} \right)_{\Delta\theta}^{0,25}$	D : diamètre de sphère